

GPR-BO를 이용한 테슬라 밸브형 제어밸브 트림 유로의 형상 최적화

박희수* · 김상열*†

Shape Optimization of a Tesla Valve-Type Control Valve Trim Flow Path Using Gaussian-Process-Regression-Based Bayesian Optimization

Heesoo Park*, Sang-Yeol Kim*†

Key Words : Tesla valve(테슬라 밸브), Control valve trim(제어밸브 트림), Gaussian process regression(가우시안 프로세스 회귀), Bayesian optimization(베이지안 최적화), Shape optimization(형상 최적화), Hydraulic resistance(수력학적 저항)

ABSTRACT

This study presents a shape optimization framework for a Tesla valve-type trim to improve cavitation suppression while satisfying target flow coefficient (C_v) requirements. A surrogate-model-based optimization loop was developed by integrating Computational Fluid Dynamics (CFD), Gaussian Process Regression (GPR), and Bayesian Optimization (BO). To impose the C_v constraint, a constrained Expected Improvement (cEI) acquisition function was formulated by combining Expected Improvement (EI) with the Probability of Feasibility (PoF). Kernel comparison showed that Sum1 was the most suitable kernel for the C_v GPR model, with the lowest mean error (0.88%) and the highest number of feasible points (23/25), whereas Sum2 was selected for the C_i GPR model by jointly considering its mean error (2.16%) and the minimum C_i obtained during optimization (1.113). In the 25-iteration GPR-BO process, the minimum C_i was obtained at iteration 11, with $C_v = 0.0521$ and $C_i = 1.113$. Flow-field analysis of the optimized geometry showed that the expansion ratios (R_{dm} and R_{ds}) and converging angle (θ_{conv}) were selected to reduce local velocity increase while maintaining pressure drop. These results suggest that the proposed framework is effective for constrained shape optimization of Tesla valve-type control valve trims and for identifying design characteristics related to cavitation suppression in reverse flow.

1. 서 론

제어밸브 트림(Control valve trim)은 밸브 개도에 따라 차압을 발생시킴으로써 유량을 조절하는 장치로, 여러 산업에서 사용되는 밸브 구성요소이다. Fig. 1은 대표적인 형상인 디스크 적층 방식의 미로형 트림(labyrinth trim)으로, 벽면 마찰과 유동 박리로 발생하는 난류 에너지를 통해 차압을 발생시킨다. 따라서 이러한 유동 메커니즘을 제어하기 위해 일반적으로 수직 유로의 조합으로 설계되며, 설계 변수에 매우 민감하다⁽¹⁾. 또한 더 큰 차압이 요구될수록 유로의 길이

는 증가하며, 유로 폭을 감소시켜 조절할 수 있으나, 그에 따른 국소 유속 증가로 인해 캐비테이션(Cavitation) 발생 위험이 증가한다. 이를 완화하기 위해 유동 방향을 따라 유로 폭을 증가시키거나, 별도의 압력 회복 구간을 추가하는 설계가 적용된다⁽²⁾.

Fig. 2(a)는 본 연구의 최적화 대상인 테슬라 밸브(Tesla valve) 형상을 나타낸다. 테슬라 밸브의 역방향 유동(Reverse flow) 차압 메커니즘은 벽면 마찰과 유동 박리 측면에서 기존 미로형 트림과 유사하나, 손실 제어 측면에서 차이점이 존재한다. 역방향 유동에서는 부유로(Sub channel)의 유동이 주

* 인하대학교 제조혁신전문대학원(Department of Advanced Materials and Processing Engineering, Inha University)

† 교신저자, E-mail : skyfgh@inha.ac.kr

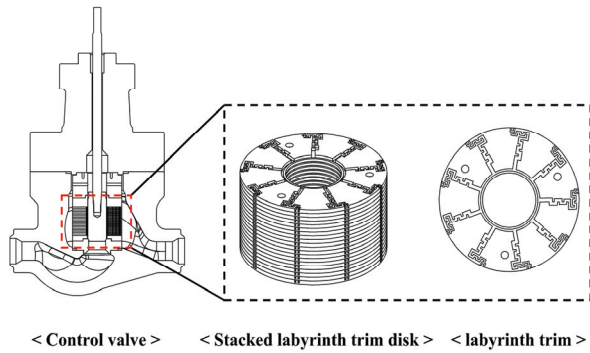


Fig. 1 Installation of a labyrinth trim in a control valve and flow path pattern of the labyrinth trim disk

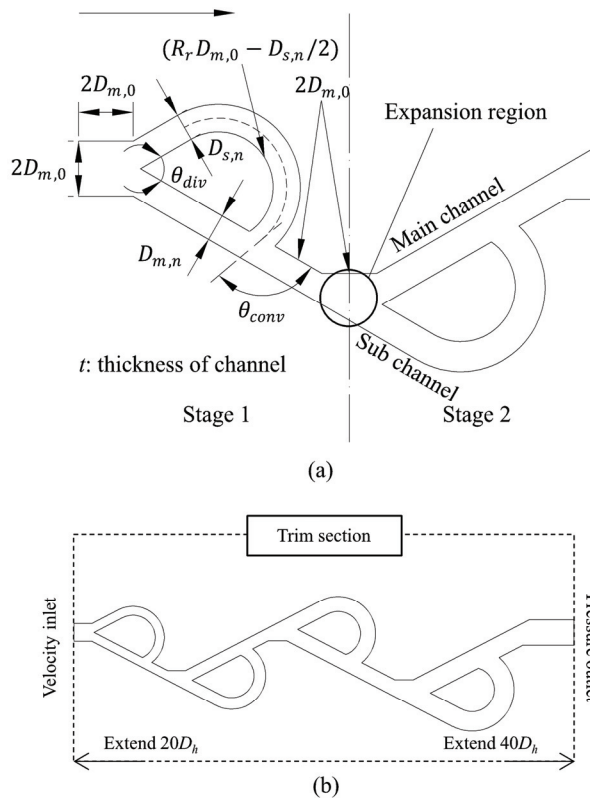


Fig. 2 2D schematic of the four-stage Tesla valve path: (a) design parameters and (b) computational domain and boundary conditions

유로(Main channel)로 합류하면서 제트 충돌(Jet impingement)이 발생하며, 이때 생성되는 난류 에너지로 높은 차압을 구현할 수 있다⁽³⁾. 또한, 합류 과정에서 주유로 내 재순환 영역(Recirculation region)이 형성되며, 압력 손실을 가중한다⁽⁴⁾. 이러한 특성은 유로 폭 감소와 단(Stage) 수의 증가가 아닌, 분기와 합류 현상에 의한 추가적인 손실 제어라는 점에서 기존 트림과 차이가 있다. 또한, 유로 내 확장 구간(Expansion region)을 통해 국소 유속 저하와 압력 회복을 유도할 수 있으므로, 캐비테이션 방지 트림으로 적용 가능성이 높다.

위 형상을 트림에 적용하기 위해서는 밸브 운전 조건에 해

당하는 유량계수(Flow coefficient, C_v)를 만족하면서 캐비테이션을 억제하기 위한 형상 최적화가 필요하다⁽⁵⁾. 그러나 테슬라 밸브는 복잡한 유동 현상을 포함하기 때문에, 정확한 성능 예측을 위해 고해상도 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics, CFD) 해석이 요구된다. 또한, 형상 최적화 과정에서는 여러 설계 변수에 대한 반복 해석이 필요하므로, 전체 계산 비용이 증가한다.

이에 따라 인공 신경망⁽⁶⁾(Artificial neural network), 가우시안 프로세스 회귀⁽⁷⁾(Gaussian process regression, GPR), 반응 표면법⁽⁸⁾(Response surface method) 등 대리 모델 기반 형상 최적화 연구가 진행되었다. 이러한 대리 모델은 유전 알고리즘(Genetic algorithm) 또는 베이지안 최적화(Bayesian optimization, BO)와 같이 결합하여, 설계 변수 최적화에 활용되었다.

특히 GPR과 BO는 제한된 데이터 수에서 효율이 높은 것으로 증명되었다. Diessner⁽⁷⁾ 등은 CFD 기반 설계 문제가 높은 계산 비용을 필요로 하고, 입력-출력 관계에 있는 블랙박스(Black-box) 문제이기 때문에 BO에 적합함을 주장하였다. Blanchard⁽⁹⁾ 등은 능동 유동 제어(active flow-control) 연구에서 GPR-BO가 제한된 평가 횟수 내에서 효율적임을 보였다. Kumar⁽¹⁰⁾ 등은 물리 기반 데이터를 이용하여 GPR-BO는 유전 알고리즘과 유사한 수준의 설계 변수를 도출하면서, 소요 시간을 약 1/10 수준으로 단축할 수 있음을 보였다.

본 연구는 제어밸브 트림 개발의 선행 연구로서, CFD-GPR-BO 형상 최적화 기법을 제시하고 도출된 테슬라 밸브 유로의 평가를 목표로 한다. 대상으로는 4단 테슬라 밸브를 선정하였으며, 7개의 독립 설계 변수를 정의하였다. 성능 계수인 캐비테이션 지수(Cavitation index, C_i)와 C_v 에 대하여 각각 GPR 모델을 도출하였으며 획득 함수(Acquisition function)는 불확실성에 대한 탐색능이 뛰어난 EI(Expected Improvement)를 채택하였다. C_v 에 대한 제약조건은 충족 확률(Probability of Feasibility, PoF) 방법을 사용하였고, PoF를 결합한 제약 충족 획득 함수(Constrained acquisition function)를 구성하여 형상 최적화를 수행하였다.

2. 모델 정의

본 연구에서는 CFD-GPR-BO 기반 형상 최적화를 위해 4단 테슬라 밸브 유로를 설계하였으며, Fig. 2(a)에 도시하였다.

$$D_{m,n} = D_{m,0} \times R_{d,m}^{n-1}, D_{s,n} = D_{s,0} \times R_{d,s}^{n-1} \quad (1)$$

식 (1)은 초기 주유로 너비(Width of main channel, $D_{m,0}$)와 부유로 너비(Width of sub channel, $D_{s,0}$)가 단 수(Stage number, n)에 따라 확장되는 것을 나타내며, 증가비

Table 1 Design parameters of four-stage Tesla valve

Symbol	Description	Unit	Min	Max
$D_{m,0}$	Width of main channel	mm	1.2	2.0
$D_{s,0}$	Width of sub channel	mm	1.2	2.0
R_r	Relative radius		1.8	3.0
$R_{d,m}$	Width expansion ratio of main channel		1.0	1.3
$R_{d,s}$	Width expansion ratio of sub channel		1.0	1.3
θ_{div}	Diverging angle	deg	55	75
θ_{conv}	Converging angle	deg	100	120
t_c	Thickness of channel	mm	2	

(width-expansion ratio) $R_{d,m}$ 과 $R_{d,s}$ 는 각각 주유로와 부유로의 너비 증가율을 의미한다. 두 유로의 초기 너비는 독립적으로 제어되기 때문에, 각 단의 연결부에는 확장 구간이 형성되며, 이는 압력 회복과 유동 분기 구간이 된다. 분기각(Diverging angle, θ_{div})과 합류각(Converging angle, θ_{conv})은 각각 유동 분기와 합류 현상을 제어하며 상대 곡률반경(Relative radius, R_r)은 곡관 유동 현상을 제어한다.

해석 조건은 레이놀즈 수(Reynolds number, Re)를 기준으로 하였으며, 수력학적 직경(Hydraulic diameter, D_h)은 다음과 같다.

$$D_h = \frac{2D_{m,0}t_c}{(D_{m,0} + t_c)} \quad (2)$$

여기서 t_c 는 유로 두께를 나타내며 D_h 는 주유로를 기준으로 계산된다. 각 변수의 설계 범위는 Table 1에 도시하였다.

3. 성능 계수

유량계수는 계측된 차압 상황에서 제어밸브의 시간당 유량을 나타낸다. IEC 60534-2-1⁽¹¹⁾에서는 비질식유동(Non-choked flow) 조건에서 뉴턴 유체의 C_v 를 다음과 같이 정의한다.

$$C_v = \frac{Q}{N} \sqrt{\frac{\rho_1/\rho_0}{\Delta P}} \quad (3)$$

여기서 Q 는 유량, ΔP 는 밸브 전후의 차압, ρ_1 은 운전 조건에서의 유체 밀도, ρ_0 은 60 °F에서의 물의 밀도를 의미한다. 또한 N 은 단위 환산 계수이다. 위 관계에 따라 C_v 는 60 °F의 물이 1분 동안 통과하는 체적 유량을 나타내며 본 연구에서는 제약조건 기준으로 활용한다.

Ferrarese⁽¹²⁾ 등은 단상 비압축성 CFD 해석에 적용할 수

있는 캐비테이션 지수를 제안하였다.

$$C_i = \frac{P_2^* - P_M^*}{P_1^* - P_2^*} \quad (4)$$

해석에서 도출된 상대 압력장에서 입구 압력(P_1^*), 출구 압력(P_2^*), 유동장 내 최소 압력(P_M^*)의 함수로 캐비테이션 지수를 정의할 수 있다. 본 연구에서는 캐비테이션 억제 성능의 기준으로 활용한다.

4. CFD 해석 방법

CFD 해석은 완전 난류 유동을 가정하여 Re = 50,000 조건에서 진행하였다. 전체 과정에 사용된 소프트웨어는 Table 2에 정리하였다.

GPR-BO의 최적점에 따라 3D 모델을 생성하기 위해 SpaceClaim script를 사용하였다. 해석 도메인은 Fig. 2(b)와 같으며, 입구 경계조건은 D_h 와 Re에 따라 균일 속도 조건으로 설정하였으며, 출구는 계기 압력 0 Pa의 압력 출구 조건으로 설정하였다. 또한, 해석의 수렴성을 높이기 위해 트림 영역(Trim section)의 입구 방향 $20D_h$, 출구 방향 $40D_h$ 의 직선 유로를 연장하였다. 여기서 차압은 후단부의 압력 회복을 고려하여 트림 영역의 입구 평균 압력으로 도출하였다.

작동 유체는 상온 상태 물($\rho = 998.2 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 0.001003 \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$)을 선정하였으며, 정상상태, 비압축성, 등온상태 가정에 따른 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

$$\rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\mu + \mu_t) (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}] \quad (6)$$

여기서 난류 모델은 Park⁽¹³⁾의 시험 검증을 바탕으로 realizable $k-\epsilon$ 을 사용하였으며 벽면 경계조건은 매끄러운 벽(Smooth wall) 조건과 점착(No-slip) 조건을 설정하였다.

Table 2 Specifications and versions of the software tools used in the CFD-GPR-BO simulation

Name	Description	Version
Python	Connect CFD-GPR-BO	3.10.18
PyFluent	Fluent scripting library	0.35.0
SpaceClaim	3D design using script	25R2
ANSYS Fluent	CFD solver	25R2

ANSYS Fluent Meshing을 사용하여 격자를 생성하였으며, 설계 변수에 따른 격자 크기(h_g)는 D_h 와 간극 내 격자수 (Cell-per-gap factor, f_g)를 이용하여 결정하였다. 벽면 격자의 경우 무차원 벽면 거리(Dimensionless wall distance, y^+) 80을 기준으로 첫 번째 격자 높이(First-layer thickness)를 제어하였다.

격자 독립성 검토(Grid-independence testing)는 4가지 격자 수준에 대해 진행하였으며 Richardson 외삽법을 적용한 격자 수렴 지수⁽¹⁴⁾(Grid Convergence Index, GCI)를 사용하였다. GCI는 Medium, Fine, Extra-fine 격자 조합에 대해 도출하였으며, 상대 오차는 Extra-fine 격자를 기준으로 계산하였다.

해석 결과, Fine와 Extra-fine 격자 수준의 GCI는 각각 0.20%, 0.01%로 계산되었으며, 점근적 수렴(Asymptotic convergence) 경향을 확인하였다. 또한, Extra-fine에 대한 상대 오차는 Coarse, Medium, Fine 격자에서 각각 4.36%, 2.90%, 0.15%로 나타났다. 특히 Fine 격자의 상대 오차는 0.15%로 매우 작게 나타났으므로, 본 연구에서는 반복 해석에 따른 계산 비용을 고려하여 Fine 격자 수준을 선정하였다. 전체 격자 의존성 결과는 Table 3에 나타내었다.

Table 3 GCI results and numerical uncertainty for grid convergence study

Name	Grid resolution			
	Coarse	Medium	Fine	Extra-fine
$h_g(\text{mm})$	0.4250	0.2125	0.1417	0.0809
N_C	437,612	1,000,804	2,239,981	4,952,944
C_v	0.0652	0.0643	0.0626	0.0625
GCI(%)	-	-	0.20	0.01
Error(%)	4.36	2.90	0.15	-

며, 계산 과정은 논문의 간결성을 위해 생략한다.

5. GPR-BO 형상 최적화 모델

Fig. 3은 전체 CFD-GPR-BO 워크플로우(Workflow)를 나타낸다. 여기서 GPR-BO 루프는 부여된 제약조건 하에서 획득 함수를 이용하여 다음 샘플 지점을 결정하며, 모델의 성능은 CFD 루프를 통해 평가된다. Table 1에 따른 연속 설계 공간(Continuous design space, $\mathbf{X}$)은 다음과 같다.

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^7 \mid \mathbf{x}_L \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_U\} \quad (7)$$

$$\mathbf{X}_d = \text{Discretize}(\mathbf{X}) \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{x}$ 는 Table 1의 7차원 설계 변수 벡터이며, $\mathbf{x}_U$ 와 $\mathbf{x}_L$ 은 설계 변수의 최대/최소 범위 벡터를 의미한다. 최적점 탐색을 위해 각도는 정수, 나머지 변수는 0.1 단위로 이산화하였다.

초기 학습 데이터의 샘플링은 소볼 시퀀스(Sobol sequence)를 사용하여 생성하였으며, 제한된 데이터 수를 가정하여 초기 샘플 수(N_0)는 16으로 설정하였다. 생성된 초기 학습 데이터 셋(Initial training data set, D_0)은 Table 4에 도시하였다.

학습된 GPR 모델은 $\mathbf{X}_d$ 에 대해 사후 평균(Posterior mean, $\mu(\mathbf{x})$)과 사후 표준편차(Posterior standard deviation, $\sigma(\mathbf{x})$)를 도출한다. BO는 GPR에서 도출한 확률 분포를 기반으로 획득 함수를 계산하여 최적점(Optimal design vector, $\mathbf{x}^*$)을 도출한다. 이후 $\mathbf{x}^*$ 에 대한 CFD를 진행하여 C_v , C_f 를 도출하고 다음 최적화 과정의 학습 데이터 셋에 추가한다. 한 번의 최적화 과정은 총 25번 반복되며 이 과정에서 결과를 비

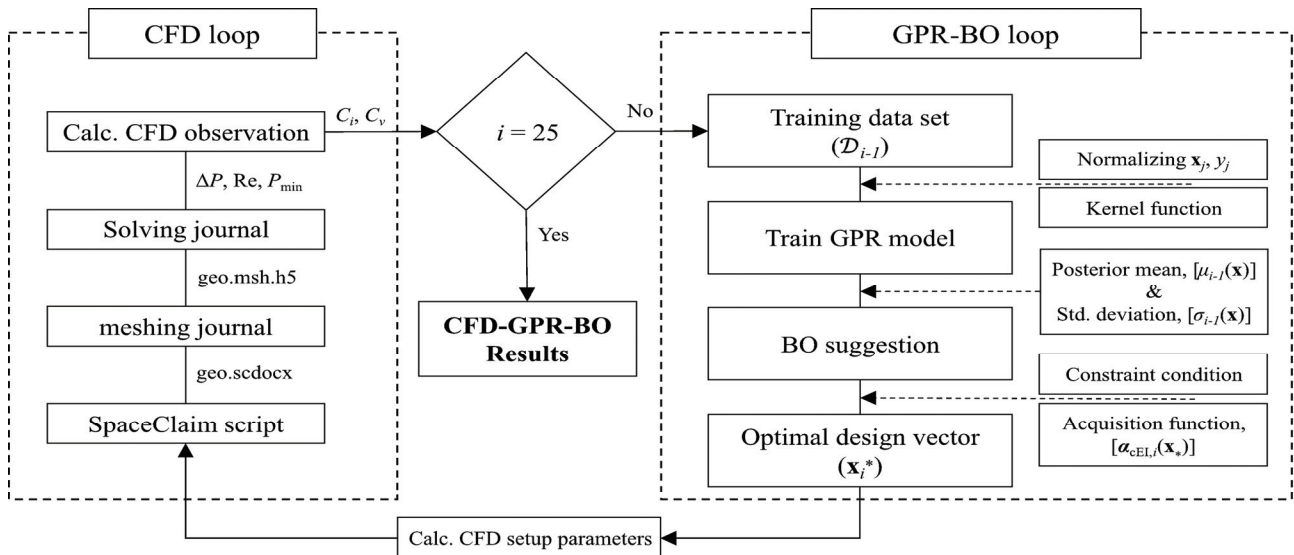


Fig. 3 Integrated workflow for the design optimization based on CFD analysis and the GPR-BO algorithm

Table 4 Initial training data samples for GPR training including design variables and CFD results

DP	$D_{m,0}$	$D_{s,0}$	$R_{d,m}$	$R_{d,s}$	R_r	θ_{conv}	θ_{div}	C_v	C_i
	mm	mm	-	-	-	deg	deg	10^{-2}	-
1	1.7	1.2	1.1	1.1	2.0	110	73	5.64	1.31
2	1.6	1.7	1.2	1.3	2.7	111	56	5.99	1.16
3	1.2	1.5	1	1	2.9	115	66	3.69	1.29
4	1.9	1.9	1.3	1.2	2.4	104	63	7.70	1.16
5	1.9	1.6	1.2	1.2	2.3	107	70	6.95	1.20
6	1.4	1.9	1.1	1.1	2.9	113	61	4.83	1.21
7	1.4	1.3	1.3	1.3	2.6	118	72	5.30	1.15
8	1.7	1.6	1.1	1.1	2.2	101	60	6.06	1.24
9	1.6	1.4	1.2	1.1	2.7	103	69	5.97	1.21
10	1.5	1.9	1.1	1.2	2.1	116	60	5.18	1.21
11	1.3	1.3	1.2	1.1	2.5	112	70	4.62	1.22
12	1.9	1.8	1.1	1.3	2.8	108	58	6.66	1.20
13	1.8	1.4	1.0	1.2	2.9	101	74	5.85	1.27
14	1.3	1.7	1.3	1.1	2.4	119	57	4.89	1.15
15	1.5	1.5	1.1	1.2	2.2	115	67	5.01	1.25
16	1.8	1.8	1.2	1.0	2.5	106	64	6.46	1.23

교, 분석하여 GPR의 회귀성능과 BO의 최적화 성능을 평가한다.

6. 가우시안 프로세스 회귀 모델

본 연구에서는 C_v 와 C_i 에 대한 각각의 GPR 모델을 도출하고 커널(Kernel) 함수를 적용하여 회귀 정확도를 비교하였다. 응답 변수 $c \in \{C_v, C_i\}$ 에 대해 j 번째 관측값은 다음과 같이 정의된다.

$$y_j^{(c)} = f^{(c)}(\mathbf{x}_j) + \epsilon_j^{(c)}, \quad \epsilon_j^{(c)} \sim N(0, [\sigma_\epsilon^{(c)}]^2) \quad (9)$$

여기서 $y_j^{(c)}$ 는 $\mathbf{x}_j$ 에 대한 CFD 관측값이며, $f^{(c)}(\mathbf{x}_j)$ 는 잠재 함수, $\epsilon_j^{(c)}$ 는 관측 잡음을 의미한다. 관측 잡음은 CFD 잔차를 고려하여 평균이 0이고 분산이 $[\sigma_\epsilon^{(c)}]^2 = 1 \times 10^{-5}$ 인 정규분포를 따른다고 가정하였다. 평균 함수와 커널 함수에 따른 GPR 모델은 다음과 같다.

$$f^{(c)}(\mathbf{x}) \sim GP(m^{(c)}(\mathbf{x}), k^{(c)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')) \quad (10)$$

식 (10)의 $m^{(c)}(\mathbf{x})$ 는 평균 함수이며, $k^{(c)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ 는 커널 함수를 의미한다. i 번째 반복에서 학습 데이터 D_{i-1} 가 주어졌을 때, $\mathbf{x}_*$ 에서의 예측 평균과 예측 분산은 각각 다음과 같이 계산된다.

$$\mu_{i-1}^{(c)}(\mathbf{x}_*) = \mathbf{k}_*^{(c)T}(\mathbf{K}^{(c)} + [\sigma_\epsilon^{(c)}]^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{y}^{(c)} \quad (11)$$

$$[\sigma_{i-1}^{(c)}(\mathbf{x}_*)]^2 = \mathbf{k}_*^{(c)}(\mathbf{x}_*, \mathbf{x}_*) - \mathbf{k}_*^{(c)T}(\mathbf{K}^{(c)} + [\sigma_\epsilon^{(c)}]^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{k}_*^{(c)} \quad (12)$$

여기서 $\mathbf{K}^{(c)}$ 는 학습 데이터의 공분산 행렬, $k^{(c)}$ 는 학습 데이터와 $\mathbf{x}_*$ 사이의 교차 공분산 벡터, $\mathbf{y}^{(c)}$ 는 응답 벡터를 의미한다. $\mu_{i-1}^{(c)}(\mathbf{x}_*)$ 은 전체 설계 공간의 응답 변수를 예측하며, $[\sigma_{i-1}^{(c)}(\mathbf{x}_*)]^2$ 은 예측값의 불확실성을 나타낸다.

커널 함수는 Python 기반 scikit-learn 라이브러리를 사용하였다. 비교 대상은 3개의 단일 커널 모델인 RBF(Radial Basis Function), Matern 5/2, RQ(Rational Quadratic)로 선정하였으며, 두 가지 복합 커널인 Sum1(RBF+Matern 5/2), Sum2(RQ+Matern 5/2)를 사용하였다. 논문의 간결성을 위해 커널 함수의 세부 수식은 생략한다.

7. 베이지안 최적화 모델

본 연구에서는 C_v 제약 하에서 C_i 최소화를 형상 최적화 목표로 하며, 제약조건과 목적 함수는 다음과 같다.

$$\mathbf{x}_*^* = \operatorname{argmax}_{\mathbf{x}} \alpha_i(\mathbf{x}_*), \quad \mathbf{x}_* \in \mathbf{X}_d \quad (13)$$

$$\text{Subject to: } C_{v,obj} \times (1 - \epsilon_{C_v}) \leq C_v(\mathbf{x}_*) \leq C_{v,obj} \times (1 + \epsilon_{C_v}) \quad (14)$$

식 (13)은 목적 함수로 $\mathbf{X}_d$ 공간에서 획득 함수가 최대가 되는 $\mathbf{x}_*^*$ 을 선정한다. 식 (14)는 C_v 제약조건으로 $C_{v,obj}$ 는 적용 대상 트림의 목표 유량계수이며, 완화 여유(Relaxation margin, ϵ_{C_v})는 $C_{v,obj}$ 에 대한 허용 오차 범위를 의미한다. 본 연구에서는 설계 공간 내 최적화 특성을 확인하기 위해 초기 데이터 셋을 기준으로 변수를 지정하였다. $C_{v,obj}$ 는 $\mathbf{X}_d$ 의 중심점에서 가장 인접한 DP15를 기준으로 하여 0.05로 설정하였으며, ϵ_{C_v} 는 반복 과정 중 설계 공간의 과도한 축소를 방지하기 위해 0.05로 설정하였다. 그에 따른 PoF를 나타내면 다음과 같다.

$$\text{PoF}_i(\mathbf{x}_*) = \Phi\left(\frac{C_{v,U} - \mu_{i-1}^{(C_v)}(\mathbf{x}_*)}{\sigma_{i-1}^{(C_v)}(\mathbf{x}_*)}\right) - \Phi\left(\frac{C_{v,L} - \mu_{i-1}^{(C_v)}(\mathbf{x}_*)}{\sigma_{i-1}^{(C_v)}(\mathbf{x}_*)}\right) \quad (15)$$

여기서 $C_{v,U}$ 와 $C_{v,L}$ 은 ϵ_{C_v} 에 따른 범위를 나타내며, GPR의 예측 분포는 정규분포로 표현되므로, μ 와 σ 에 따라 누적 분포함수를 구할 수 있다. 따라서, PoF는 i 번째 반복에서 $\mathbf{x}_*$ 의 C_v 예측값이 위 범위에 포함될 확률을 의미한다. 본 연구에 사용된 획득 함수 EI의 세부 수식을 나타내면 다음과 같다.

$$f_{best,i}^{(C_i)} = \min y_j^{(C_i)} = \min C_i^{(j)}, \quad 1 \leq j \leq |D_{i-1}| \quad (16)$$

$$\Delta_i^{(C_i)}(\mathbf{x}_*) = f_{best,i}^{(C_i)} - \mu_{i-1}^{(C_i)}(\mathbf{x}_*) - \xi^{(C_i)} \quad (17)$$

$$Z_i(\mathbf{x}_*) = \frac{\Delta_i^{(C_i)}(\mathbf{x}_*)}{\sigma_{i-1}^{(C_i)}(\mathbf{x}_*)} \quad (18)$$

$$\text{EI}_i(\mathbf{x}_*) = \Delta_i^{(C_i)}(\mathbf{x}_*)\Phi(Z_i(\mathbf{x}_*)) + \sigma_{i-1}^{(C_i)}(\mathbf{x}_*)\phi(Z_i(\mathbf{x}_*)) \quad (19)$$

식 (16)은 관측값 중 최소 C_i 를 나타내며, 식 (17)은 $f_{best,i}^{(C_i)}$ 대비 개선 여유(Improvement margin)를 나타낸다. 여기서 ξ 는 탐색 계수(Exploration parameter)로 최소 개선 목표를 의미하며 본 연구에서는 0.01로 설정하였다. 식 (18)은 표준 개선 여유(Standardized improvement margin)로 $\mathbf{x}_*$ 에서의 개선량을 표준화한 값이다. 최종적으로 EI는 개선 기대량과 개선 확률에 따른 기댓값을 의미하며, 활용항(Exploitation term)과 탐색항(Exploration term)의 합으로 도출된다. 이때 두 항은 불확실성을 나타내는 σ 에 따라 상충 관계(trade-off)에 있기에, 예측값과 불확실성에 따른 균형 탐색이 가능하다. 식 (15)와 식 (19)를 결합한 최종 획득 함수는 다음과 같다.

$$\alpha_{\text{EI},i}(\mathbf{x}_*) = \text{Norm}[\text{EI}_i(\mathbf{x}_*)]\text{PoF}_i(\mathbf{x}_*) \quad (20)$$

반복 탐색 과정에서 PoF와 비교를 위해 EI는 [0,1]로 정규화하였다.

8. 최적화 결과

8.1 커널 함수 비교 결과

커널 함수의 적합성 평가를 위해 다음과 같은 성능 계수를 사용한다.

$$e_i^{(c)} = \left| \frac{y_i^{(c)} - \mu_{i-1}^{(c)}(\mathbf{x}_i^*)}{y_i^{(c)}} \right| \times 100\%, \quad i = 1, \dots, 25 \quad (21)$$

$$\text{NRMSE} = \frac{1}{C_{v,obj}} \sqrt{\frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} (y_i^{(C_v)} - \mu_{i-1}^{(C_v)}(\mathbf{x}_i^*))^2} \quad (22)$$

식 (21)은 회귀 오차를 의미하며 $\mathbf{x}_i^*$ 에서 GPR 예측값과 CFD 관측값 사이의 상대 오차를 나타낸다. 식 (22)는 $C_{v,obj}$ 로 정규화된 평균 제곱근 오차를 나타낸다. 성능 계수를 포함한 커널 비교 결과는 Table 5에 도시하였다.

C_v GPR 모델에서는 Sum1 커널의 평균 오차가 0.88%로 가장 낮았으며 최대 오차는 Sum2의 4.05%가 가장 낮았다. 또한, 25번의 반복 중 23번의 결과에서 제약조건을 만족하여 제약 경계에서 회귀성능이 뛰어난 것으로 보인다. 이 중 복합 커널 성능이 단일 커널보다 상대적으로 뛰어나며, 단일 커널 중에서는 RBF의 평균 오차가 1.2%로 가장 낮게 나타났

Table 5 Summary of kernel performance for GPR models

C_v GPR				
Kernel	$\bar{e}$ (%)	$e_{i,max}$ (%)	NRMSE	Feasible point
Matern 5/2	2.26	9.05	0.00163	17 / 25
RBF	1.20	7.61	0.00107	21 / 25
RQ	2.26	7.72	0.00155	20 / 25
Sum1	0.88	4.31	0.00076	23 / 25
Sum2	1.20	4.05	0.00083	22 / 25
C_i GPR				
Kernel	$\bar{e}$ (%)	$e_{i,max}$ (%)	RMSE	$C_{i,min}$
Matern 5/2	2.70	10.01	0.04383	1.105
RBF	3.04	9.81	0.04645	1.122
RQ	2.17	9.80	0.03591	1.129
Sum1	1.68	7.56	0.03033	1.122
Sum2	2.16	7.07	0.03071	1.113

다. 위 결과와 같이 RBF 및 Matern 5/2의 복합 커널인 Sum1의 성능이 가장 높은 것으로 볼 때, C_v 응답면이 설계 변수에 대해 매끄러운 연속성을 가지는 것으로 판단된다.

C_i GPR 모델에서는 C_v GPR과 동일하게 Sum1 커널에서 평균 오차가 1.68%, Sum2에서 최대 오차가 7.07%로 가장 낮았다. 하지만, 단일 커널 중 RBF 커널의 평균 오차가 가장 크고 상대적으로 RQ와 Matern 5/2의 오차가 낮은 점으로 볼 때, C_i 응답면이 국소적인 비선형성 특징을 가지는 것으로 판단된다.

회귀성능과 별개로 최적화 결과는 Matern 5/2가 가장 낮은 C_i (1.105)를 탐색하였으며, 그 뒤로 Sum2(1.113), RBF & Sum1(1.122), RQ(1.129) 순으로 나타났다.

결과적으로, C_v GPR에서는 평균 오차, NRMSE, 제약조건 내 탐색 결과가 우수한 Sum1이 적합한 것으로 판단되며, C_i GPR의 경우 회귀성능과 최적화 성능 비교 결과가 상반되기 때문에 전체 성능이 균형적인 Sum2 커널이 적합한 것으로 판단된다.

8.2 테슬라 밸브의 형상 최적화 결과

8.1의 결과에 따라 GPR-BO 최적화는 Sum1, Sum2 커널을 사용하였으며, EI와 PoF 제약을 통해 실시하였다. Table 6은 최적점 갱신에 대한 결과값이며 Fig. 4는 전체 반복에 따른 EI와 PoF의 경향을 나타낸다.

Table 6의 전체 결과는 식 (14)의 제약조건을 충족하였다. 다만, EI의 경우 $i = 1$ 에서 0.6605의 높은 개선 가능성이 나타나지만, f_{best} 값이 낮아짐에 따라 마지막 갱신 지점인 $i = 11$ 에서는 0.0157로 감소하였다. 또한, Fig. 4(a)의 활용항은 $i = 1$ 에서는 양의 값을 보였으나, 이후 반복 구간에서 모두

Table 6 Detailed results of the update points for the minimum C_i

iteration	C_v	C_i	Norm[EI_i]	PoF $_i$
1	0.0508	1.133	0.6605	0.7944
3	0.0506	1.131	0.1184	0.9999
4	0.0511	1.131	0.0496	0.9123
6	0.0497	1.128	0.0453	0.9963
11	0.0521	1.113	0.0157	0.8990

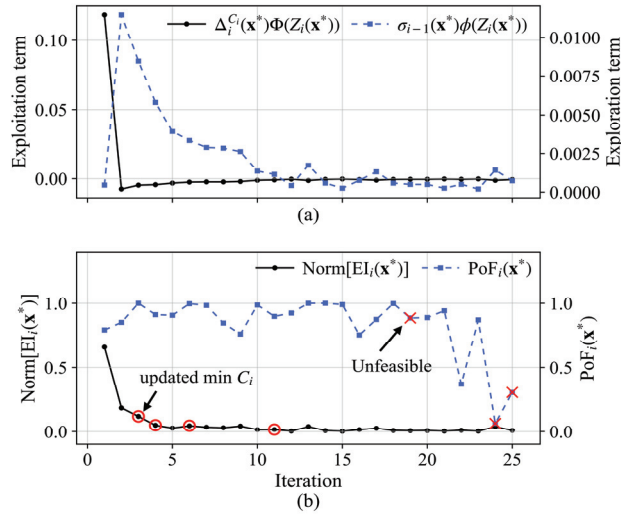
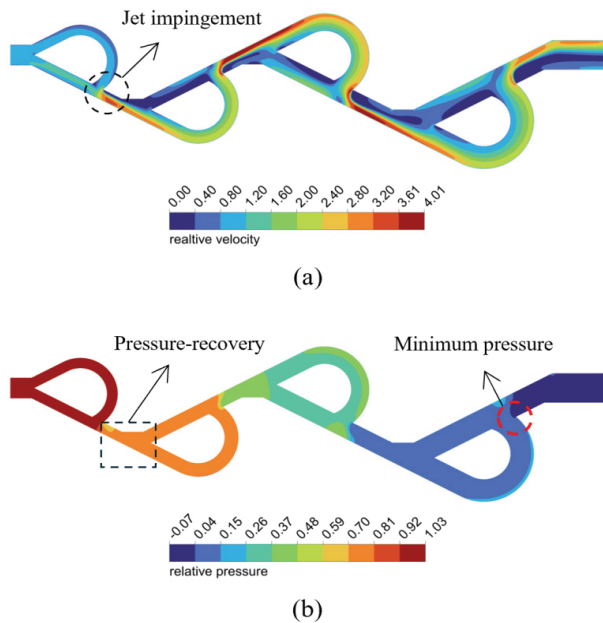


Fig. 4 Iteration-wise search characteristics of cEI: (a) EI exploitation and exploration terms, and (b) normalized EI and PoF.

$D_{m,0}$	$D_{s,0}$	$R_{d,m}$	$R_{d,s}$	R_r	θ_{conv}	θ_{div}
1.3	1.3	1.3	1.3	3	120	55

Fig. 5 CFD analysis results and design variables at $i = 11$: (a) v/v_{in} contour and (b) P/P_{in} contour

음의 값을 나타냈다. 이는 불확실성에 의한 탐색이 진행되었음을 의미한다. 또한, $i = 11$ 이후에는 두 항 모두 수렴하는 경향을 보였다. $i = 1$ 의 최적점은 최인접 초기 학습 데이터인 DP15($C_v = 0.0501$, $C_i = 1.2453$)보다 9.03% 낮은 C_i 값을 도출하였으나, $i = 11$ 까지 1.73%의 낮은 개선을 보였다.

Fig. 4(b)의 $i = 19, 24, 25$ 에서 제약조건 위반이 발생하였다. 이는 최적점 갱신에 따라 낮아진 개선 기댓값으로 EI가 수렴하며, 이후 낮은 PoF에도 불구하고 상대적으로 높은 EI 지점이 선택되었기 때문으로 판단된다. 따라서 본 최적화 루프는 $i = 1$ 에서 높은 개선향을 도출 후 $i = 11$ 까지 불확실성 기반 탐색을 진행하였으며, 이후 제약조건 내 탐색 임계점에 도달한 것으로 해석된다.

Fig. 5는 $i = 11$ 의 CFD 결과와 설계 변수를 나타낸다. 속도 분포는 합류 지점이 가장 큰 것으로 나타났다. 이는 부유로를 통해 대부분의 유동이 흐르는 형상 특성 때문이다. 단별 속도 분포를 비교했을 때, 마지막 합류점에서 최대 속도가 이전 합류점보다 낮은 것을 알 수 있으나, 최소 압력지점은 마지막 단의 합류 지점에서 발생하였다. 이는 앞단에서 낮아진 정압 상태에서 합류에 의한 속도 증가로 국소 저압이 발생한 결과이다.

위 유동 현상을 분석했을 때, C_i 최적화 방향은 앞단 차압을 높이고 마지막 단의 속도를 낮추는 것이라 할 수 있다. 실제 최적화 결과, 합류점 차압을 제어하는 θ_{conv} 는 최댓값인 120 deg, 유로 너비 확장을 통해 물리적으로 유동 속도를 낮추는 $R_{d,m}$, $R_{d,s}$ 의 경우 최댓값인 1.3 지점이 탐색되었다. 위 조건에서 C_v 제약은 $D_{m,0}$ 과 $D_{s,0}$ 를 조절하여 달성할 수 있다. 또한, 유동 분기 제어 변수인 θ_{div} 는 부유로 유량을 낮추기 위해 최솟값인 55 deg 지점이 탐색되었다. 따라서, 이전 역방향 유동의 연구들과 실제 최적화 결과를 비교했을 때, 물리 현상이 잘 반영된 것으로 판단된다.

9. 결 론

본 연구에서는 테슬라 밸브의 트림 유로 적용을 위한 CFD-GPR-BO 형상 최적화를 수행하였다. 밸브 요구 조건인 C_v 제약 하에서 캐비테이션 억제 성능인 C_i 최적화를 목표로 하였으며, GPR 커널의 회귀성능을 비교하였다. 또한, EI 기반 BO를 통해 반복 탐색 경향을 분석하였으며 최종 도출된 최적점의 성능과 유동장을 확인하였다. 연구의 주요 결론은 다음과 같다.

- 1) 커널 비교 결과, C_v GPR에서는 평균 오차(0.88%)가 낮고 제약조건 충족 횟수가 높은(23/25) Sum1이 가장 적합하였다. C_i GPR에서는 평균 오차(2.16%)와 C_i 최적값(1.113)을 종합적으로 고려했을 때, Sum2가 가장 적합하였다.

- 2) 최적화 경향을 분석했을 때, $i = 1$ 에서 인접점 대비 9.03% 성능 개선이 일어난 후 최종 최적점인 $i = 11$ 까지 불확실성에 기반한 탐색이 진행되었으며, 이후 제약조건 내 탐색 임계점에 도달한 것으로 해석된다.
- 3) 최적점의 유동 해석 결과, 최소 압력은 마지막 단의 합류점에서 발생하였다. 앞단에서 낮아진 정압 상황에서 국소 속도 증가에 의한 것으로 판단된다.
- 4) 최적화는 위 현상을 억제하는 방향으로 진행되었으며, 도출된 설계 변수를 분석했을 때, 역방향 유동에서 나타나는 분기, 합류 및 국소 압력 저하 등 물리적 특성이 잘 반영된 것으로 판단된다.

본 연구를 통해 국소 저압 현상과 관련 설계 변수를 확인하였기에, 향후 최후단 합류점의 형상 변경을 통해 캐비테이션 억제 성능을 높일 수 있을 것으로 판단된다. 또한, 본 연구 결과는 제어밸브의 목표 유량계수와 허용 오차를 고려한 테슬라 밸브형 트림 유로 적용 연구의 기초 자료로 활용될 수 있다.

References

- (1) Kim, D. K. and Sohn, C. H., 2013, "Numerical Study on Cavitation Reduction in Velocity-Control Trim of Valve with High Pressure Drop," Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers - B, Vol. 37, No. 9, pp. 863~871.
- (2) Li, J.-y., Gao, Z.-x., Wu, H., and Jin, Z.-j., 2020, "Numerical investigation of methodologies for cavitation suppression inside globe valves," Applied Sciences, 10(16), p. 5541.
- (3) Jin, Z. J., Gao, Z. X., Chen, M. R., and Qian, J. Y., 2018, "Parametric study on Tesla valve with reverse flow for hydrogen decompression," Int. J. Hydrog. Energy, 43(18), pp. 8888~8896.
- (4) Qian, J. Y., Wu, J. Y., Gao, Z. X., Wu, A. J., and Jin, Z. J., 2019, "Hydrogen decompression analysis by multi-stage Tesla valves for hydrogen fuel cell," Int. J. Hydrog. Energy, 44(26), pp. 13666~13674.
- (5) Kim, J., Shim, H., and Kim, K., 2018, "Geometric Effects of Orifice-type Multi-stage Trim on Pressure Drop and Cavitation Characteristics of a Control Valve," The KSFM Journal of Fluid Machinery, Vol. 21, No. 3, pp. 35~43.
- (6) Babaoglu, N. U., Parvaz, F., Foroozesh, J., Hosseini, S. H., Ahmadi, G., and Elsayed, K., 2022, "Analysis and Optimization of Multistage Tesla Valves by Computational Fluid Dynamics and a Multi-Objective Genetic Algorithm," Chem. Eng. Technol., 45(12), pp. 2245~2253.
- (7) Diessner, M., O'Connor, J., Wynn, A., Laizet, S., Guan, Y., Wilson, K., and Whalley, R. D., 2022, "Investigating Bayesian optimization for expensive-to-evaluate black box functions: Application in fluid dynamics," Frontiers in Applied Mathematics and Statistics, 8, p. 1076296.
- (8) Li, P., Liu, Y., Wen, Q., Zhang, Z., Ma, Y., and Zhu, J., 2024, "Optimization of multi-staged Tesla valve using response surface methodology," Physics of Fluids, 36(3).
- (9) Blanchard, A. B., Cornejo Maceda, G. Y., Fan, D., Li, Y., Zhou, Y., Noack, B. R., and Sapsis, T. P., 2021, "Bayesian optimization for active flow control," Acta Mechanica Sinica, 37(12), pp. 1786~1798.
- (10) Kumar, A., Patil, S., Kovacevic, A., and Ponnusami, S. A., 2024, "Performance prediction and Bayesian optimization of screw compressors using Gaussian Process Regression," Engineering Applications of Artificial Intelligence, 133, p. 108270.
- (11) ISA, 2007, "Flow Equations for Sizing Control Valves," Report No ANSI/ISA-75.01.01 (IEC 60534-2-1 Mod)-2007, Research Triangle Park, NC.
- (12) Ferrarese, G., Messa, G. V., Rossi, M. M., and Malavasi, S., 2015, "New method for predicting the incipient cavitation index by means of single-phase computational fluid dynamics model," Advances in Mechanical Engineering, 7(3), p. 1687814015575974.
- (13) Park, H., and Kim, S.-Y., 2026, "Pressure Drop Characteristics of Tesla Valve in Fully Turbulent Flow," Journal of Fluids Engineering, 148(3), p. 031206.
- (14) Celik, I. B., Ghia, U., Roache, P. J., and Freitas, C. J., 2008, "Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications," J. Fluids Eng.-Trans. ASME, 130(7).